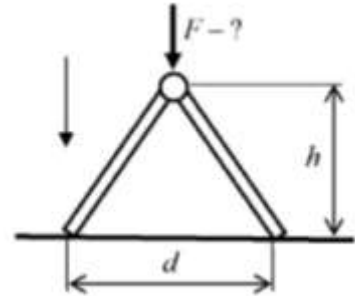


ЗАДАНИЯ
и решения II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2019-2020

11 класс

1. Мерный строительный угольник, состоящий из двух одинаковых стержней массы m , соединенных шарнирным механизмом, стоит на горизонтальном столе. Шарнир находится на высоте h относительно стола, а концы угольника упираются в стол на расстоянии d друг от друга. С какой силой F нужно подействовать на шарнир, чтобы «концы» угольника пришли в движение? Коэффициент трения между концами угольника и поверхностью μ . Трения в шарнире отсутствует, шарнир невесом.



Решение.

Искомая сила равна максимальной, при которой ещё сохраняется равновесие. Сила взаимодействия стержней F_{12} горизонтальная. Из условия равновесия стержня по горизонтали она равна силе трения:

$$F_{12} = F_{\text{тр}}. \quad (1)$$

Условие равновесия стержня по вертикали:

$$F + 2mg = 2N, \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

Равенство моментов сил, действующих на одну ногу угольника, относительно точки её касания с поверхностью имеет вид:

$$F_{12} \cdot h = \frac{F}{2} \cdot \frac{d}{2} + mg \cdot \frac{d}{4}. \quad (3) \quad (3 \text{ б.})$$

Максимальное значение F , при котором сохраняется равновесие (т.е. минимальное значение, при котором начинается скольжение), соответствует силе трения $F_{\text{тр}} = \mu N$. Откуда с учетом (1) – (3) получаем

$$(F + mg) \frac{d}{4h} = \mu \left(\frac{F}{2} + mg \right) \Rightarrow F = \frac{\left(\mu - \frac{d}{4h} \right)}{\left(\frac{d}{2h} - \mu \right)} 2mg. \quad (2 \text{ б.})$$

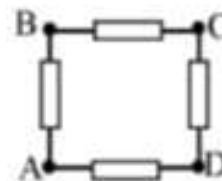
Поскольку F положительна, числитель и знаменатель полученного равенства должны быть одного знака, что справедливо при условии $\frac{d}{4h} < \mu < \frac{d}{2h}$.

Ответ:

При $\frac{d}{4h} < \mu < \frac{d}{2h}$ необходима сила $F \geq \frac{\left(\mu - \frac{d}{4h} \right)}{\left(\frac{d}{2h} - \mu \right)} mg$; (1 б.)

при $\frac{d}{2h} < \mu$ скольжения не будет при любой силе. (1 б.)

2. При подготовке к экспериментальному туру олимпиады по физике Вася получил электрическую схему из четырех сопротивлений с целью нахождения номиналов входящих в схему элементов, смотри рисунок. Из них три сопротивления имели одинаковый номинал r , а номинал четвертого сопротивления R . Омметром Вася последовательно измерил сопротивление между точками АВ, ВС и CD. Получившиеся значения оказались равны $R_{AB} = 0.8 \text{ кОм}$, $R_{BC} = 0.8 \text{ кОм}$, а $R_{CD} = 1.2 \text{ кОм}$. Соответственно. Найдите значения r и R .



Решение.

Допустим, что резистор с сопротивлением R включён между точками А и В. Тогда согласно правилу сложения последовательных и параллельных сопротивлений

$$R_{AB} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3r} \right)^{-1}, \quad R_{BC} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R} \right)^{-1}, \quad R_{CD} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R} \right)^{-1}.$$

То есть $R_{BC} = R_{CD}$, что противоречит условию. Таким образом, резистор сопротивлением R не включён между точками А и В. Аналогичными рассуждениями можно показать, что этот резистор не включён между точками В и С, а также между точками А и D. Поэтому, резистор с сопротивлением R включён между точками С и D. (4 б.)

Следовательно,

$$R_{AB} = R_{BC} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R} \right)^{-1} = \frac{r(2r+R)}{3r+R}, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

$$R_{CD} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3r} \right)^{-1} = \frac{R \cdot 3r}{3r+R}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Разделив (1) на (2), найдём

$$\frac{R_{AB}}{R_{CD}} = \frac{2 \frac{r}{R} + 1}{3} = \frac{0,8 \text{ кОм}}{1,2 \text{ кОм}} = \frac{2}{3}.$$

Отсюда найдём

$$R = 2r. \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), найдём

$$r = \frac{5}{6} R_{CD} = \frac{5}{6} 1,2 \text{ кОм} = 1 \text{ кОм},$$

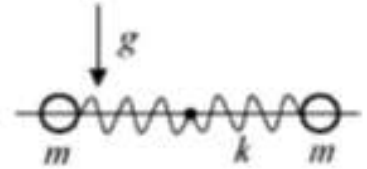
а

$$R = 2r = 2 \cdot 1 \text{ кОм} = 2 \text{ кОм}.$$

Ответ:

$$r = 1 \text{ кОм}, R = 2 \text{ кОм}. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Длинная невесомая спица закреплена своей серединой на горизонтальном шарнире, на котором может вращаться в вертикальной плоскости. Вдоль спицы могут скользить два одинаковых грузика массой m , и находящиеся на спице по разные стороны от точки крепления. Грузики невесомыми пружинами жесткости k соединены с шарниром. В начальный момент спица расположена горизонтально. Это положение неустойчиво. Из-за случайного возмущения система переходит в новое устойчивое положение равновесия. Найдите теплоту Q_T , которая выделится в процессе такого перехода. Ускорение свободного падения g . Трением и влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

В начальный момент пружины не растянуты, а их длины x_0 равны, поскольку система находится в равновесии (пусть и неустойчивом). Обозначим изменение длин после поворота в вертикальное устойчивое положение Δx_1 (для нижней пружины) и Δx_2 (для верхней).

Из второго закона Ньютона, записанного по отдельности для нижнего и верхнего грузиков в новом положении равновесия $mg = k \cdot \Delta x_1$ и $mg = -k \cdot \Delta x_2$ получим, что

$$\Delta x_1 = -\Delta x_2 = \frac{mg}{k}, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Изменение потенциальной энергии бусинок, связанных с силой тяжести, равно

$$\Delta W_T = -mg(x_0 + \Delta x_1) + mg(x_0 + \Delta x_2) = -mg(\Delta x_1 - \Delta x_2). \quad (2 \text{ б.})$$

Изменение упругой энергии пружин равно

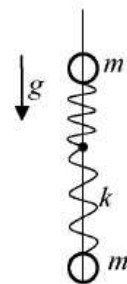
$$\Delta W_{II} = \frac{k(\Delta x_1)^2}{2} + \frac{k(\Delta x_2)^2}{2}. \quad (2 \text{ б.})$$

Из закона сохранения энергии $Q_T + \Delta W_T + \Delta W_{II} = 0$ следует:

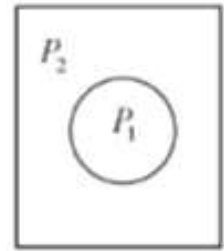
$$Q_T = -\Delta W_T - \Delta W_{II} = mg(\Delta x_1 - \Delta x_2) - \frac{k}{2}((\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2). \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив в предыдущее выражение (1) и выразив из получившегося выражения Q_T получим

$$\text{ответ: } Q_T = \frac{m^2 g^2}{k}. \quad (2 \text{ б.})$$



4. Резиновый шарик находится внутри сосуда занимая четвертую часть его объема. Давление газа внутри шарика равно P_1 , а в сосуде P_2 . Систему медленно нагревают. При температуре, когда объем шарика увеличился вдвое, а разность давлений газа внутри и снаружи шарика стала равной ΔP , шарик лопнул. В дальнейшем температура газа в сосуде поддерживается равной критической. Определите установившееся давление газа в сосуде. Объемом оболочки шарика пренебречь.



Решение:

Пусть V — начальный объем шарика. Тогда, по условию, $4V$ — объем сосуда, а $2V$ — конечный объем шарика. Запишем уравнения Менделеева – Клапейрона для состояния идеального газа внутри шарика:

$$P_1 V = \nu_1 R T, \quad (1) \quad (1 \text{ б.})$$

вне шарика:

$$P_2 (4V - V) = \nu_2 R T, \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

а также для состояния этих газов непосредственно перед тем как шарик лопнул:

$$P'_1 (2V) = \nu_1 R T', \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

$$P'_2 (4V - 2V) = \nu_2 R T'. \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, ν_1, ν_2 — числа молей газов внутри и снаружи шарика, соответственно, T' — конечная (критическая) температура, P'_1 и P'_2 — давления газов внутри и снаружи шарика, которые, по условию, связаны соотношением:

$$P'_1 = P'_2 + \Delta P. \quad (5)$$

Теперь запишем уравнения Менделеева – Клапейрона для смеси этих двух газов в конечном состоянии:

$$P(4V) = (\nu_1 + \nu_2) R T'. \quad (6) \quad (2 \text{ б.})$$

Здесь P — искомое давление в сосуде.

Вычтем уравнение (4) из (3):

$$(P'_1 - P'_2)(2V) = (\nu_1 - \nu_2) R T'.$$

С учётом (5) получим отсюда:

$$R T' = \frac{\Delta P (2V)}{\nu_1 - \nu_2}.$$

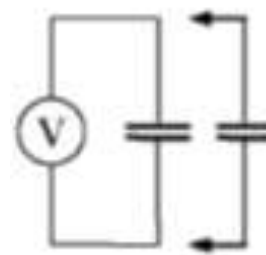
Подставив это в (6), получим:

$$P = \frac{\Delta P}{2} \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Выразив ν_1 и ν_2 из (1) и (2) соответственно и подставив в полученное уравнение, найдём

ответ:
$$P = \frac{\Delta P}{2} \frac{P_1 + 3P_2}{P_1 - 3P_2}. \quad (2 \text{ б.})$$

5. Вася, собрал схему из параллельно соединенных заряженного конденсатора и идеального вольтметра. Вольтметр показал напряжение 9В. После этого, Вася подсоединил к этой схеме параллельно незаряженный конденсатор другой емкости, и вольтметр показал 6В. Затем второй конденсатор был отсоединен от схемы, полностью разряжен и опять присоединён параллельно к схеме. Какое напряжение при этом показал вольтметр?



Решение:

Пусть C_1 — ёмкость конденсатора в схеме, C_2 — ёмкость конденсатора, присоединяемого к схеме, а U_0 — начальное показание вольтметра.

Как известно заряд на конденсаторе ёмкости C с напряжением U равен CU .

После присоединения к схеме незаряженного конденсатора C_2 , заряд C_1U_0 перераспределяется между двумя конденсаторами. При этом напряжения на конденсаторах равны и соответствуют новому показанию вольтметра U_1 :

При этом из закона сохранения заряда следует:

$$C_1U_0 = C_1U_1 + C_2U_1. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Повторение процедуры приводит к новому показанию вольтметра U_2 . Запишем опять закон сохранения заряда:

$$C_1U_1 = C_1U_2 + C_2U_2. \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

Решая систему уравнений (1) и (2), найдём:

$$U_2 = \frac{U_1^2}{U_0}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставляя сюда численные значения, окончательно получим

ответ: $U_2 = 4 \text{ В.} \quad (2 \text{ б.})$